

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Писарев Сергей Станиславович

Должность: Ректор

Негосударственное образовательное учреждение высшего образования

Дата подписания: 16.01.2025 11:55:51

Уникальный программный ключ:

b9d7463b91f434da3d4dc1afa9a0cf32d3c58650

«Школа управления СКОЛКОВО»



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Математическая статистика

Направление подготовки	38.03.02 Менеджмент
Квалификация выпускника	Бакалавр
Образовательная программа	Управление и предпринимательство
Форма обучения	Очная
Рабочая программа дисциплины разработана	

Трудоемкость		Контактная работа		Самостоятельная работа	Форма контроля	Семестр/квартиль
з.е.	часы	лекции	семинарские занятия			
4	144	24	24	96	Экзамен	4/7

Москва  
2025

## **1. АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

В рамках дисциплины «Математическая статистика» изучаются основы математической статистики, возможности применения методов математической статистики в исследованиях для решения профессиональных задач. Студенты сформируют навыки применения современного математического инструментария в решении экономических и других профессиональных задач, построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития социально-экономических явлений и процессов.

## **2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

В случае успешного освоения курса студенты будут:

### **знатъ**

- основные способы статистической обработки данных, оценки их точности и надежности;
- смысл статистических гипотез и методы оценивания параметров распределений
- основное программное обеспечение для статистического анализа данных;
- формы представления статистических данных

### **уметь**

- находить исходные данные для решения поставленной задачи;
- оценивать достоверность результатов статистического анализа;
- анализировать и интерпретировать данные отечественной и зарубежной статистики о различных процессах и явлениях.

### **владеть**

- способами определения объема и организации выборки;
- методиками построения статистических моделей.

Дисциплина направлена на развитие следующих компетенций и их индикаторов:

Код компетенции	Формулировка компетенции и/или ее индикатора (ов)
<b>ОПК-1.</b>	<b>Способен решать профессиональные задачи на основе знаний (на промежуточном уровне) экономической, организационной и управлеченческой теории</b>
ОПК-1-1.	Знает основы математической, экономической, социальной и управлеченческой теории и использует знания для решения профессиональных задач
ОПК-1-2.	Формулирует профессиональные задачи, используя понятийный аппарат математической, экономической, социальной и управлеченческой наук
ОПК-1-3.	Применяет инструментарий экономико-математического моделирования для постановки и решения профессиональных задач выявления причинно-следственных связей и оптимизации деятельности объекта управления
<b>ОПК-2.</b>	<b>Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных,</b>

	<b>необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем</b>
ОПК-2-1.	Определяет источники данных и выбирает методы и инструменты поиска, корректно осуществляет анализ литературы и документов
ОПК-2-2.	Применяет методы сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения управленческих задач, с использованием современных цифровых технологий, воспринимает, анализирует, запоминает и передает информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными
ОПК-5.	<b>Способен использовать при решении профессиональных задач современные информационные технологии и программные средства, включая управление крупными массивами данных и их интеллектуальный анализ</b>
ОПК-5-1.	Использует цифровые технологии, включая информационные системы и базы данных, системы искусственного интеллекта и системы интеллектуального анализа и обработки данных для решения профессиональных задач
ОПК-5-2.	Оценивает возможности и целесообразность использования цифровых технологий в деятельности организации, использует современные цифровые технологии и программные продукты для решения профессиональных задач

### 3. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Название раздела/темы	Всего часов	Трудоемкость (час.) по видам учебных занятий			
		Контактная работа			Самостоятельная работа
		Всего	Лекции	семинары	
Тема 1. Основные понятия выборочного метода	14	4	2	2	10
Тема 2. Точечное оценивание параметров	15	6	2	4	9
Тема 3. Среднеквадратический подход к сравнению оценок, понятие	15	6	4	2	9

эффективности оценки					
Тема 4. Метод моментов	14	4	2	2	10
Тема 5. Понятие достаточной статистики	14	4	2	2	10
Тема 6. Интервальные оценки параметров	15	6	4	2	9
Тема 7. Проверка гипотез	15	6	2	4	9
Тема 8. Критерии согласия	14	4	2	2	10
Тема 9. Проверка гипотез для нормальных распределений	14	4	2	2	10
Тема 10. Линейная регрессия	14	4	2	2	10
Итого	144	48	24	24	96

### **Тема 1. Основные понятия выборочного метода**

Введение в основы работы с эмпирическими данными. Выборка, вариационный ряд, выборочная функция распределения, гистограмма, выборочные моменты.

### **Тема 2. Точечное оценивание параметров**

Состоятельность и несмещенность оценок. Примеры несмешенных и состоятельных оценок; смещенных, но состоятельных оценок; несостоятельных, но несмешенных.

### **Тема 3. Среднеквадратический подход к сравнению оценок, понятие эффективности оценки.**

Сравнение качества оценок на основе их среднеквадратической ошибки. Введение понятия эффективной (наилучшей) оценки. Изучение теоретического предела точности любой несмешенной оценки через информацию Фишера и неравенство Рао-Крамера.

### **Тема 4. Метод моментов**

Изучение двух фундаментальных принципов построения оценок. Подробный разбор оптимальных асимптотических свойств оценок максимального правдоподобия (ОМП): состоятельность, нормальность и эффективность при больших объемах выборки.

### **Тема 5. Понятие достаточной статистики**

Изучение идеи сжатия данных без потери информации об оцениваемом параметре. Критерий факторизации Фишера-Неймана.

### **Тема 6. Интервальные оценки параметров**

Переход от точечной оценки к построению доверительного интервала.

### **Тема 7. Проверка гипотез**

Формализация процедуры статистической проверки гипотез: введение понятий ошибок первого (ложное отклонение верной гипотезы) и второго рода (необнаружение ложной гипотезы). Критерий отношения правдоподобия Лемма Неймана–Пирсона.

### **Тема 8. Критерии согласия**

Методы проверки гипотезы о виде закона распределения генеральной совокупности по выборочным данным, а также гипотезы о независимости признаков.

### **Тема 9. Проверка гипотез для нормальных распределений**

Изучение классических параметрических критериев (t-критерий Стьюдента, F-критерий Фишера), применяемых при предположении о нормальности данных, для сравнения средних и дисперсий.

### **Тема 10. Линейная регрессия**

Введение в базовый метод моделирования и анализа статистической зависимости между переменными. Изучение оценки параметров регрессии, их свойств и проверки значимости построенной модели.

## **4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА И ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1 Текущий контроль**

Оценка за курс складывается из следующих видов заданий текущего контроля, каждый из которых обладает своим весом в общей системе:

Компоненты	Процент в итоговой оценке
Домашние работы	60%
Контрольные работы	40%

На курсе используется 10 балльная система оценивания. За каждое задание студент получает от 1 до 10 баллов. Итоговый балл за каждый вид заданий рассчитывается как среднее арифметическое всех полученных баллов за все задания в рамках одного вида (О1, О2). Невыполненное в срок задание оценивается в 0 баллов.

Общая оценка за курс (О) рассчитывается как:

$$O = O_1 \times 0,6 + O_2 \times 0,4$$

Если по результатам текущего контроля студент получил положительную оценку (не ниже «удовлетворительно»), оценка за промежуточную аттестацию выставляется автоматически.

### **Домашние работы**

Самостоятельное выполнение заданий дает студенту возможность углубить уровень усвоения материала, развить навык самостоятельного решения комплексных, многоэтапных задач, навык работы с литературой и программным обеспечением (при необходимости). Предполагается выполнение 6 домашних заданий. Примеры заданий приведены в п. 4.3.

### **Контрольные работы**

Проводятся в классе, проверяют способности применять знания в условиях ограниченного времени, без использования внешних источников. Позволяют провести оценку прочности усвоения ключевых алгоритмов и понятий. В процессе обучения

проводится 2 контрольные работы.  
Примеры заданий приведены в п. 4.3.

## 4.2 Промежуточная аттестация

Студентам, набравшим достаточные для удовлетворительной оценки баллы за текущий контроль, оценка за дисциплину выставляется равной оценке за текущий контроль (См. п. 4.1)

Студентам, получившим неудовлетворительную оценку по результатам текущего контроля, необходимо по согласованию с преподавателем сдать один или несколько компонентов текущего контроля. Преподаватель вправе предложить студентам выполнить задание, не повторяющее задание текущего контроля, но проверяющее аналогичные знания, умения и навыки.

## 4.3 Примеры заданий

### Примеры домашних заданий

1. Ошибка в размере изготавливаемых на некотором станке деталей может быть рассмотрена как случайная величина  $X$ , распределенная по нормальному закону. Для контроля качества деталей было произведено 50 измерений. Результаты измерений приведены в табл. 1.1.

- 1) Провести группировку данных, разбив варианты на 10 интервалов.
  - 2) Для сгруппированного ряда построить гистограмму частот.
  - 3) Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию, исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение случайной величины  $X$ .
2. Проводится эксперимент по изучению того, как долго длится использование различных цифровых фотокамер. Цель – выяснить, есть ли разница в сроках службы батареи между четырьмя брендами батарей с использованием семи разных камер. Каждая батарея тестировалась один раз с каждой камерой. Среднее время работы батарей А составляло 43,86 часов. Среднее время для марок В, С и D составляло соответственно 41,28, 40,86 и 40 часов. Ниже приведена расчетная таблица с отсутствием некоторых записей.

Source	Sum of Squares	df	Mean Square	F-stat
Batteries				
Cameras			26	
Error				
Total	343			

- 1) Заполните таблицу до конца, используя данную информацию
- 2) Есть ли значительная разница между качеством батарей разных фирм?
- 3) Постройте доверительный интервал в 90% для разницы между брендами А и D.

### Примеры заданий контрольных работ

1. Дать определение генеральной совокупности / выборки / вариационного ряда / статистической совокупности.
2. Дайте определения состоятельной и несмешенной оценки параметра. Могут ли эти свойства не совпадать? Приведите пример.

3. Сформулируйте принцип метода максимального правдоподобия для нахождения точечной оценки параметра. Перечислите три основных асимптотических свойства оценок максимального правдоподобия (ОМП) при больших объемах выборки.
4. Что характеризует информация Фишера  $I(\theta)$  для выборки? Сформулируйте неравенство Рао-Крамера для дисперсии несмешенной оценки и объясните его значение.
5. Сформулируйте лемму Неймана-Пирсона. Для какой задачи она позволяет построить оптимальный критерий и в каком смысле он оптимален?
6. Дайте определения ошибки первого рода ( $\alpha$ ) и ошибки второго рода ( $\beta$ ) в задаче проверки статистических гипотез. Что называется мощностью критерия?
7. В чем заключается основная идея критерия согласия хи-квадрат Пирсона для проверки гипотезы о виде закона распределения? На что ориентирована статистика этого критерия?
8. По заданному вариационному ряду: 2, 3, 3, 5, 7, 8, 9, 10 постройте эмпирическую функцию распределения  $F_n(x)$  и нарисуйте ее схематический график. Вычислите выборочное среднее, выборочную дисперсию и выборочный коэффициент асимметрии.
9. По пяти наблюдениям получены следующие суммы:  $\sum x_i = 10$ ,  $\sum y_i = 20$ ,  $\sum x_i y_i = 45$ ,  $\sum x_i^2 = 30$ ,  $\sum y_i^2 = 90$ .
  - 1) Найдите оценки коэффициентов  $a$  и  $b$  в модели простой линейной регрессии  $y = a + bx$ .
  - 2) Вычислите коэффициент детерминации  $R^2$  и дайте его интерпретацию.
10. По выборке объема  $n=100$  из некоторого распределения вычислены выборочное среднее  $\bar{X}=15.2$  и выборочная дисперсия  $S^2=4.5$ .
  - 1) Предполагая, что выборка извлечена из нормального распределения  $N(a, \sigma^2)$ , найдите оценки параметров  $a$  и  $\sigma^2$  методом максимального правдоподобия. Являются ли они несмешенными и состоятельными? Ответ обоснуйте.
  - 2) Для той же выборки найдите оценку параметра  $\lambda$  методом моментов, если предположить, что распределение является показательным с плотностью  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ,  $x \geq 0$ .
  - 3) Для оценки параметра  $a$  из пункта 1 постройте состоятельную и асимптотически нормальную оценку, отличную от выборочного среднего, и сравните их эффективность, вычислив информацию Фишера для нормального распределения.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1 Литература

1. Малугин, В. А. Математическая статистика : учебное пособие для вузов / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 218 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06965-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540131>.
2. Кремер, Н. Ш. Математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 259 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01654-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536959>.

### 5.2 Электронные образовательные ресурсы

Материалы дисциплины размещены в LMS: <https://l.skolkovo.ru/login/index.php>.

## **6. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

Операционная система Simple Linux, браузер Yandex браузер, антивирусное ПО Calmantivirus;

Свободно распространяемое ПО, в том числе отечественного производства:

Офисный пакет Libre Office, Okular PDF Reader, 7-Zip Архиватор, GIMP Редактирования фотографий, Inkscape Векторная графика, Blender 3D графика, Kdenlive Видеоредактор, Audacity Аудиоредактор, VLC Медиаплеер, Thunderbird Почтовый клиент, Flameshot Создание скриншотов.

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная мультимедийным оборудованием, учебной мебелью, доской или со стенами с маркерным покрытием.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, оснащенная мультимедийным оборудованием, учебной мебелью, доской или со стенами с маркерным покрытием.

Аудитория (коворкинг) для самостоятельной работы, оснащенная учебной мебелью, ноутбуками.

Материально-техническое обеспечение аудиторий представлено на официальном сайте <https://bbask.ru/sveden/objects/>.