

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Писарев Сергей Станиславович
Должность: Ректор
Дата подписания: 29.06.2026 16:18:42
Уникальный программный ключ:
b9d7463b91f434da3d4dc1afa9a0cf32d3c58650

**Негосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Школа управления СКОЛКОВО»**



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Теория вероятностей и математическая статистика**

**Москва
2026**

Направление подготовки	38.03.02 Менеджмент
Квалификация выпускника	Бакалавр
Образовательная программа	Управление и предпринимательство 2025, 2026
Форма обучения	Очная

Трудоемкость		Контактная работа		Самостоятел ьная работа	Форма контроля
з.е.	часы	лекции	семинарские занятия		
4	144	32	34	78	Экзамен

1. АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс призван развить способности студентов к вероятностно-статистическому мышлению, которое крайне необходимо для исследовательской и аналитической работы будущего предпринимателя. На занятиях кроме теоретических вопросов рассмотрим, возможности и ограничения применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития социально-экономических явлений и процессов.

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В случае успешного освоения курса студенты будут:

знать

- классическую модель вероятностей, вероятности сложных событий, аксиоматику А.Н. Колмогорова, формулу нормального и равномерного распределений, числовые характеристики распределений, моменты случайных величин, закон больших чисел, центральную предельную теорему;
- основные способы статистической обработки данных, оценки их точности и надежности;
- смысл статистических гипотез и методы оценивания параметров распределений
- основное программное обеспечение для статистического анализа данных;
- формы представления статистических данных.

уметь

- вычислить условную вероятность;
- применять формулу полной вероятности и формулу Байеса;
- вычислять математическое ожидание и дисперсию случайных величин, моду и медиану;
- находить исходные данные для решения поставленной задачи;
- оценивать достоверность результатов статистического анализа;

- анализировать и интерпретировать данные отечественной и зарубежной статистики о различных процессах и явлениях.

владеть

- навыком работы с дискретными и непрерывными случайными величинами;
- способами определения объема и организации выборки;
- методиками построения статистических моделей.

Дисциплина направлена на развитие следующих компетенций и их индикаторов:

Код компетенции	Формулировка компетенции и/или ее индикатора (ов)
ОПК-1.	Способен решать профессиональные задачи на основе знаний (на промежуточном уровне) экономической, организационной и управленческой теории
ОПК-1-1.	Знает основы математической, экономической, социальной и управленческой теории и использует знания для решения профессиональных задач
ОПК-1-2.	Формулирует профессиональные задачи, используя понятийный аппарат математической, экономической, социальной и управленческой наук
ОПК-1-3.	Применяет инструментарий экономико-математического моделирования для постановки и решения профессиональных задач выявления причинно-следственных связей и оптимизации деятельности объекта управления
ОПК-2.	Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем
ОПК-2-1.	Определяет источники данных и выбирает методы и инструменты поиска, корректно осуществляет анализ литературы и документов
ОПК-2-2.	Применяет методы сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения управленческих задач, с использованием современных цифровых технологий, воспринимает, анализирует, запоминает и передает информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными

3. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

		Трудоемкость (час.) по видам учебных занятий
--	--	--

Название раздела/темы	Всего часов	Контактная работа			Самостоятельная работа
		Всего	Лекции	семинары	
Тема 1. Случайные события	16	8	4	4	8
Тема 2. Случайные величины	18	8	4	4	10
Тема 3. Предельные теоремы	18	8	4	4	10
Тема 4. Основы выборочного метода и описательная статистика	18	8	4	4	10
Тема 5. Точечное оценивание и свойства оценок	18	8	4	4	10
Тема 6. Методы построения оценок и достаточные статистики	18	8	4	4	10
Тема 7. Интервальное оценивание и проверка гипотез	18	8	4	4	10
Тема 8. Прикладные методы: нормальные распределения и регрессия	20	10	4	6	10
ИТОГО	144	66	32	34	78

Тема 1. Случайные события

Интуитивные предпосылки теории вероятностей. Аксиоматическое определение случайных событий. Действия над событиями. Определение вероятности случайного события. Свойства вероятностной меры и вероятностей событий. Основные формулы для вероятностей событий. Теорема сложения вероятностей. Независимость случайных событий. Условная вероятность события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона. Простейший поток однородных событий.

Тема 2. Случайные величины

Случайные величины как измеримые функции. Функция распределения случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Плотность распределения

вероятностей. Преобразование многомерных случайных величин. Интегралы Лебега и Стильеса. Числовые характеристики случайных величин. Характеристическая функция и её свойства. Связь моментов случайной величины с её характеристической функцией. Условные математические ожидания, основные формулы.

Тема 3. Предельные теоремы

Сходимость последовательностей случайных величин с вероятностью единица (почти наверное), в среднем квадратическом, по вероятности, по распределению. Соотношения между различными типами сходимости. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа. Условия Линдеберга и Ляпунова. Теоремы Линдеберга и Ляпунова. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Лемма Бореля-Контелли. Усиленный закон больших чисел. Теоремы Колмогорова и Бореля. Понятие центральной предельной проблемы.

Тема 4. Основы выборочного метода и описательная статистика

Основные понятия выборочного метода (выборка, вариационный ряд, функция распределения, гистограмма, моменты).

Тема 5. Точечное оценивание и свойства оценок

Точечное оценивание (состоятельность, несмещённость, примеры). сравнение оценок (среднеквадратический подход, эффективность, информация Фишера, неравенство Рао–Крамера).

Тема 6. Методы построения оценок и достаточные статистики

Метод моментов и метод максимального правдоподобия (свойства ОМП). Достаточные статистики (критерий факторизации Фишера–Неймана).

Тема 7. Интервальное оценивание и проверка гипотез

Интервальные оценки (доверительные интервалы). Проверка гипотез (ошибки 1 и 2 рода, лемма Неймана–Пирсона). Критерии согласия (включая проверку гипотезы независимости).

Тема 8. Прикладные методы: нормальные распределения и регрессия

Проверка гипотез для нормальных распределений (о среднем, дисперсии для одной и двух совокупностей). Линейная регрессия (МНК, оценка параметров, проверка значимости модели и коэффициентов).

4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА И ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Текущий контроль

Оценка за курс складывается из следующих видов заданий текущего контроля, каждый из которых обладает своим весом в общей системе:

Компоненты	Процент в итоговой оценке
Домашние работы	60%
Контрольные работы	40%

На курсе используется 10 балльная система оценивания. За каждое задание студент получает от 1 до 10 баллов. Итоговый балл за каждый вид заданий рассчитывается как среднее арифметическое всех полученных баллов за все задания в рамках одного вида (O₁, O₂). Невыполненное в срок задание оценивается в 0 баллов.

Общая оценка за курс (O) рассчитывается как:

$$O = O_1 \times 0,6 + O_2 \times 0,4.$$

Если по результатам текущего контроля студент получил положительную оценку (не

ниже «удовлетворительно»), оценка за промежуточную аттестацию выставляется автоматически.

Домашние работы

Самостоятельное выполнение заданий дает студенту возможность углубить уровень усвоения материала, развить навык самостоятельного решения комплексных, многоэтапных задач, навык работы с литературой и программным обеспечением (при необходимости). Предполагается выполнение 6 домашних заданий. Примеры заданий приведены в п. 4.3.

Контрольные работы

Проводятся в классе, проверяют способности применять знания в условиях ограниченного времени, без использования внешних источников. Позволяют провести оценку прочности усвоения ключевых алгоритмов и понятий. В процессе обучения проводится 2 контрольные работы.

Примеры заданий приведены в п. 4.3.

4.2 Промежуточная аттестация

Студентам, набравшим достаточные для удовлетворительной оценки баллы за текущий контроль, оценка за дисциплину выставляется равной оценке за текущий контроль (См. п. 4.1).

Студентам, получившим неудовлетворительную оценку по результатам текущего контроля, необходимо по согласованию с преподавателем сдать один или несколько компонентов текущего контроля. Преподаватель вправе предложить студентам выполнить задание, не повторяющее задание текущего контроля, но проверяющее аналогичные знания, умения и навыки.

4.3 Примеры заданий

Примеры задач для текущего контроля

1. Одновременно бросаются три игральные кости. Найти вероятность выпадения трех «троек», если известно, что: а) на одной кости выпало три очка; б) по крайней мере на двух костях выпали «тройки»; в) на всех костях выпало одинаковое количество очков; г) на всех костях выпало нечетное количество очков.
2. Известно, что X и Y независимые случайные величины и имеют конечные дисперсии. Доказать, что $D\{X+Y\} = DX + DY$. Что должно быть известно о случайных величинах, чтобы выполнялось равенство.
3. В поезде (10 вагонов) случайно оказались преступник и комиссар Мегрэ. Какова вероятность того, что они находятся: а) в одном вагоне; б) в соседних вагонах?
4. Проводится n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A постоянна и равна $0,6$. Определите математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$ дискретной случайной величины X – числа появлений события A в $n = 100$ проведенных испытаниях.
5. Магазин получает лампы с двух заводов: 30% с первого и 70% со второго. Продукция первого завода содержит 90% стандартных ламп, а второго – 60% стандартных ламп. Определите вероятность того, что лампа, купленная в этом магазине, окажется стандартной.
6. Случайная величина X задана знаком распределения

x_i	$X_1=0$	$X_2=2$	$X_3=?$
p_i	0,5	0,3	?

Математическое ожидание случайной величины X равно 2. Каково третье значение этой случайной величины?

7. Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 3,4,6,8. Чему равна несмещенная оценка математического ожидания?

8. Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?

9. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара (не возвращая вынутый шар в ящик). Определите вероятность того, что оба шара белые

10. Чему равна вероятность отказа устройства, состоящего из трех независимо работающих элементов, с соответствующими вероятностями отказа элементов 0,1; 0,2; 0,05, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент?

11. В группе 25 человек. Какова вероятность, что именно Вас вызовут к доске?

12. При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры нечетные и разные. Тогда вероятность того, что номер набран правильно, равна _____.

13. Ошибка в размере изготавливаемых на некотором станке деталей может быть рассмотрена как случайная величина X , распределенная по нормальному закону. Для контроля качества деталей было произведено 50 измерений. Результаты измерений приведены в табл. 1.1.

- 1) Провести группировку данных, разбив варианты на 10 интервалов.
- 2) Для сгруппированного ряда построить гистограмму частот.
- 3) Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию, исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

14. Проводится эксперимент по изучению того, как долго длится использование различных цифровых фотокамер. Цель – выяснить, есть ли разница в сроках службы батареи между четырьмя брендами батарей с использованием семи разных камер. Каждая батарея тестировалась один раз с каждой камерой. Среднее время работы батарей А составляло 43,86 часов. Среднее время для марок В, С и D составляло соответственно 41,28, 40,86 и 40 часов. Ниже приведена расчетная таблица с отсутствием некоторых записей.

Source	Sum of Squares	df	Mean Square	F-stat
Batteries				
Cameras			26	
Error				
Total	343			

- 1) Заполните таблицу до конца, используя данную информацию
 - 2) Есть ли значительная разница между качеством батарей разных фирм?
 - 3) Постройте доверительный интервал в 90% для разницы между брендами А и D.
15. По пяти наблюдениям получены следующие суммы: $\sum x_i=10$, $\sum y_i=20$, $\sum x_i y_i=45$, $\sum x_i^2=30$, $\sum y_i^2=90$.

- Найдите оценки коэффициентов a и b в модели простой линейной регрессии $y = a + bx$.
- Вычислите коэффициент детерминации R^2 и дайте его интерпретацию.

10. По выборке объема $n=100$ из некоторого распределения вычислены выборочное среднее $\bar{X}=15.2$ и выборочная дисперсия $S^2=4.5$.

- 1) Предполагая, что выборка извлечена из нормального распределения $N(a, \sigma^2)$, найдите оценки параметров a и σ^2 методом максимального правдоподобия. Являются ли они несмещенными и состоятельными? Ответ обоснуйте.
- 2) Для той же выборки найдите оценку параметра λ методом моментов, если предположить, что распределение является показательным с плотностью $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$.
- 3) Для оценки параметра a из пункта 1 постройте состоятельную и асимптотически нормальную оценку, отличную от выборочного среднего, и сравните их эффективность, вычислив информацию Фишера для нормального распределения.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Литература

1. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей : учебник для вузов / Н. Ю. Энатская. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 204 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01338-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/583924> (дата обращения: 21.05.2026).
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/587171> (дата обращения: 21.05.2026).

5.2 Электронные образовательные ресурсы

Материалы дисциплины размещены в LMS: <https://l.skolkovo.ru/login/index.php>.

6. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Операционная система Simple Linux, браузер Yandex браузер, антивирусное ПО Calmantivirus.

Свободно распространяемое ПО, в том числе отечественного производства:

Офисный пакет Libre Office, Okular PDF Reader, 7-Zip Архиватор, GIMP Редактирования фотографий, Inkscape Векторная графика, Blender 3D графика, Kdenlive Видеоредактор, Audacity Аудиоредактор, VLC Медиаплеер, Thunderbird Почтовый клиент, Flameshot Создание скриншотов.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная мультимедийным оборудованием, учебной мебелью, доской или со стенами с маркерным покрытием.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, оснащенная мультимедийным оборудованием, учебной мебелью, доской или со стенами с маркерным покрытием.

Аудитория (коворкинг) для самостоятельной работы, оснащенная учебной мебелью, ноутбуками.

Материально-техническое обеспечение аудиторий представлено на официальном сайте <https://bbask.ru/sveden/objects/>.