

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Писарев Сергей Станиславович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 19.01.2025 11:35:57  
Уникальный программный ключ:  
b9d7463b91f434da3d4dc1afa9a0cf32d3c58650

**Негосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Школа управления СКОЛКОВО»**



Утверждено  
Ректор С.С. Писарев

«19» декабря 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Теория вероятностей**

<b>Направление подготовки</b>	38.03.02 Менеджмент
<b>Квалификация выпускника</b>	Бакалавр
<b>Образовательная программа</b>	Управление и предпринимательство
<b>Форма обучения</b>	Очная
<b>Рабочая программа дисциплины разработана</b>	

Трудоемкость		Контактная работа		Самостоятельная работа	Форма контроля	Семестр/кварталь
з.е.	часы	лекции	семинарские занятия			
5	180	24	24	132	Экзамен	3

**Москва  
2025**

## 1. АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В рамках дисциплины рассматриваются фундаментальные понятия теории вероятностей. Курс призван развить способности студентов к вероятностно-статистическому мышлению, которое крайне необходимо для исследовательской и аналитической работы будущего предпринимателя. На занятиях кроме теоретических вопросов рассмотрим, возможности и ограничения применения методов теории вероятности для решения профессиональных задач.

## 2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В случае успешного освоения курса студенты будут:

### знать

- классическую модель вероятностей, вероятности сложных событий, аксиоматику А.Н.Колмогорова, формулу нормального и равномерного распределений, числовые характеристики распределений, моменты случайных величин, закон больших чисел, центральную предельную теорему

### уметь

- вычислить условную вероятность;
- применять формулу полной вероятности и формулу Байеса;
- вычислять математическое ожидание и дисперсию случайных величин, моду и медиану

### владеть

- навыком работы с дискретными и непрерывными случайными величинами

Дисциплина направлена на развитие следующих компетенций и их индикаторов:

Код компетенции	Формулировка компетенции и/или ее индикатора (ов)
<b>ОПК-1.</b>	<b>Способен решать профессиональные задачи на основе знаний (на промежуточном уровне) экономической, организационной и управленческой теории</b>
ОПК-1-1.	Знает основы математической, экономической, социальной и управленческой теории и использует знания для решения профессиональных задач
ОПК-1-2.	Формулирует профессиональные задачи, используя понятийный аппарат математической, экономической, социальной и управленческой наук
ОПК-1-3.	Применяет инструментарий экономико-математического моделирования для постановки и решения профессиональных задач выявления причинно-следственных связей и оптимизации деятельности объекта управления
<b>ОПК-3.</b>	<b>Способен разрабатывать обоснованные организационно-управленческие решения с учетом их социальной значимости, содействовать их реализации в условиях сложной и динамичной</b>

	<b>среды и оценивать их последствия</b>
ОПК-3-1.	Выявляет организационно-управленческие проблемы на основе анализа данных
ОПК-3-2.	Выбирает и обосновывает организационно-управленческие решения
ОПК-3-3.	Прогнозирует и оценивает результаты предлагаемых организационно-управленческих решений, в том числе в условиях динамичной среды

### 3. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Название раздела/темы	Всего часов	Трудоемкость (час.) по видам учебных занятий			
		Контактная работа			Самостоятельная работа
		Всего	Лекции	семинары	
Тема 1. Случайные события	60	16	8	8	44
Тема 2. Случайные величины	60	16	8	8	44
Тема 3. Предельные теоремы	60	16	8	8	44
<b>ИТОГО</b>	<b>180</b>	<b>48</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>132</b>

#### Тема 1. Случайные события

Интуитивные предпосылки теории вероятностей. Аксиоматическое определение случайных событий. Действия над событиями. Определение вероятности случайного события. Свойства вероятностной меры и вероятностей событий. Основные формулы для вероятностей событий. Теорема сложения вероятностей. Независимость случайных событий. Условная вероятность события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона. Простейший поток однородных событий.

#### Тема 2. Случайные величины

Случайные величины как измеримые функции. Функция распределения случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей. Преобразование многомерных случайных величин. Интегралы Лебега и Стильбеса. Числовые характеристики случайных величин. Характеристическая функция и её свойства. Связь моментов случайной величины с её характеристической функцией. Условные математические ожидания, основные формулы.

#### Тема 3.

Сходимость последовательностей случайных величин с вероятностью единица (почти наверное), в среднем квадратическом, по вероятности, по распределению. Соотношения

между различными типами сходимости. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа. Условия Линдеберга и Ляпунова. Теоремы Линдеберга и Ляпунова. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Лемма Бореля-Контелли. Усиленный закон больших чисел. Теоремы Колмогорова и Бореля. Понятие центральной предельной проблемы.

## 4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА И ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Текущий контроль

Текущий контроль состоит из письменных домашних заданий и контрольных работ во время которых необходимо решить несколько задач и ответить на вопросы. Примеры заданий представлены в разделе 4.3.

На курсе используется 10 балльная система оценивания. За каждое задание студент получает от 1 до 10 баллов. Итоговый балл за каждый вид заданий рассчитывается как среднее арифметическое всех полученных баллов за все задания в рамках одного вида. Невыполненное в срок задание оценивается в 0 баллов.

Если по результатам текущего контроля студент получил положительную оценку (не ниже “удовлетворительно”). Оценка за промежуточную аттестацию выставляется автоматически.

### 4.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме письменного экзамена продолжительностью 4 академических часа. Экзамен состоит из двух заданий. Первое задание - теоретический вопрос. Второе задание - решение задачи и интерпретация полученных результатов.

Критерии оценивания

Оценка		Критерий
5 Отлично	10	Студент продемонстрировал всесторонние, систематизированные, глубокие знания и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и безупречное обоснование принятых решений
	9	Студент продемонстрировал всесторонние, систематизированные, глубокие знания и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений
4 Хорошо	8	Студент продемонстрировал всесторонние, систематизированные, знания и умение применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, но при оформлении работы допущена некоторая небрежность, не влияющее

		на качество изложения теоретического материала и представление решения практической задачи
	7	Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе на теоретические вопросы некоторую неполноту, которую может устранить с помощью дополнительных вопросов преподавателя
3 Удовлетворительно	6	Студент знает основной материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности, которые может устранить с помощью дополнительных вопросов преподавателя
	5	Студент знает основной материал, по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении практических задач неполноту и неточности, некоторые из которых может устранить только с помощью наводящих вопросов преподавателя
2 Неудовлетворительно	4	Студент продемонстрировал знание отдельных тем, привел правильные формулировки некоторых базовых понятий, в изложении материала нарушена логическая последовательность; практические задачи может решать по предложенным в рамках дисциплины образцам, не демонстрируя их творческой адаптации под конкретную ситуацию
	3	Студент не продемонстрировал знание материала, есть значительные ошибки в формулировках базовых понятий, в изложении материала нарушена логическая последовательность; практические задачи решены с ошибками
	1,2	Студент не знает основного содержания тем дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий и/или не решил практическую задачу

### 4.3 Примеры заданий

#### Примеры заданий для текущего контроля и промежуточной аттестации

##### а) Теоретические вопросы

1. Описание и аксиоматическое определение случайного события.
2. Операции над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.

5. Аксиоматическое определение вероятности.
  6. Формула полной вероятности.
  7. Различные варианты формулы полной вероятности.
  8. Формула Байеса.
  9. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
  10. Теоремы Муавра-Лапласа.
  11. Теорема Пуассона. Простейший поток однородных событий.
  12. Функции множеств и их свойства.
  13. Борелевская прямая.
  14. Критерий измеримости.
  15. Аксиоматическое определение случайных величин и их свойства.
  16. Функция распределения вероятностей значений случайной величины и ее свойства.
  17. Плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины и её свойства.
  18. Ряд распределения вероятностей значений дискретной случайной величины и его свойства.
  19. Конкретные распределения случайных величин, их характеристики и параметры.
  20. Многомерные случайные величины, их функции распределения, условия согласованности.
  21. Многомерные смешанные случайные величины.
  22. Условные законы распределения.
  23. Преобразование одномерных случайных величин.
  24. Преобразование многомерных случайных величин.
  25. Сумма, частное, модуль компонент двумерных случайных величин.
  26. Интеграл от случайной величины по вероятностной мере – интеграл Лебега.
  27. Интеграл Стильбеса – числовые характеристики случайных величин.
  28. Математическое ожидание, его свойства.
  29. Дисперсия, её свойства.
  30. Начальные и центральные моменты случайных величин, их семиинварианты.
  31. Кривые регрессии. Коэффициент корреляции.
  32. Экспоненциальные случайные величины, их свойства.
  33. Условное математическое ожидание.
  34. Формула полной вероятности для условного математического ожидания.
  35. Типы сходимостей последовательностей случайных величин.
  36. Центральная предельная теорема в простейшей форме. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
  37. Условия Линдберга и Ляпунова.
  38. Центральная предельная теорема в форме Линдберга с доказательством.
  39. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова с доказательством.
  40. Закон больших чисел в форме Чебышева и Бернулли.
  41. Лемма Бореля-Контелли – закон нуля и единицы.
  42. Теорема сходимости почти наверное, если сходится ряд из абсолютных моментов.
  43. Лемма Кронекера и неравенство Гаека-Реньи.
  44. Усиленный закон больших чисел в форме Колмогорова в общем виде.
  45. Частные случаи усиленного закона больших чисел в форме Колмогорова.
- Теорема Бореля.

#### **б) Примеры задач**

1. Одновременно бросаются три игральные кости. Найти вероятность выпадения трех «троек», если известно, что: а) на одной кости выпало три очка; б) по крайней мере на двух костях выпали «тройки»; в) на всех костях выпало одинаковое количество очков;

г) на всех костях выпало нечетное количество очков.

2. Известно, что  $X$  и  $Y$  независимые случайные величины и имеют конечные дисперсии. Доказать, что  $D\{X Y\} = DX + DY$ . Что должно быть известно о случайных величинах, чтобы выполнялось равенство.

3. В поезде (10 вагонов) случайно оказались преступник и комиссар Мегрэ. Какова вероятность того, что они находятся: а) в одном вагоне; б) в соседних вагонах?

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Литература**

1. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей : учебное пособие для вузов / Н. Ю. Энатская. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 203 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01338-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537081> (дата обращения: 25.07.2024).

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 259 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17131-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536958> (дата обращения: 25.07.2024).

### **5.2 Электронные образовательные ресурсы**

Материалы дисциплины размещены в LMS: <https://l.skolkovo.ru/login/index.php>

### **5.3 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы (при наличии)**

нет

## **6. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

Операционная система Simple Linux, браузер Yandex браузер, антивирусное ПО Calmantisvirus;

Свободно распространяемое ПО, в том числе отечественного производства:

Офисный пакет Libre Office, Okular PDF Reader, 7-Zip Архиватор, GIMP Редактирования фотографий, Inkscape Векторная графика, Blender 3D графика, Kdenlive Видеоредактор, Audacity Аудиоредактор, VLC Медиаплеер, Thunderbird Почтовый клиент, Flameshot Создание скриншотов

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная мультимедийным оборудованием, учебной мебелью, доской или со стенами с маркерным покрытием.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, оснащенная мультимедийным оборудованием, учебной мебелью, доской или со стенами с маркерным покрытием.

Аудитория (коворкинг) для самостоятельной работы оснащенная учебной мебелью, ноутбуками.

Материально-техническое обеспечение аудиторий представлено на официальном сайте <https://bbask.ru/sveden/objects/>